

MathCon

The Mathematics Firm

Despejes

En esta lección se abordan problemas de despeje de fórmulas

www.math.com.mx

José de Jesús Angel Angel

MathCon © 2007-2008

Contenido

1. Fórmulas	2
2. Problemas de despeje	3

1

Fórmulas

Una fórmula es una igualdad matemática que tiene como objetivo casi siempre el calcular alguna cantidad.

Ejemplos de fórmulas son:

- 1 La fórmula del área a de un cuadrado de lados l es $a = l \cdot l$.
- 2 La fórmula del área a de un triángulo rectángulo de base b y altura h , es $a = \frac{b \cdot h}{2}$.
- 3 La fórmula de la velocidad media v es $v = \frac{d}{t}$, donde d es la distancia y t el tiempo.

2

Problemas de despeje

Dada una fórmula, entonces nuestro problema es despejar una de las cantidades participantes dentro de la fórmula.

Lo más importantes del despeje es poder aplicar las reglas de los números reales a la igualdad que nos define la fórmula para “despejar” la cantidad que queremos.

Nota 1 De la ecuación $a + b = c$, sumar el inverso aditivo $-b$ de b , ó restar $-b$ a ambos lados de la ecuación, se suele decir como: b pasa restando al lado contrario de la igualdad, $a = c - b$

Nota 2 De la ecuación $a \cdot b = c$, multiplicar por el inverso multiplicativo $\frac{1}{b}$ de b , ó dividir entre b a ambos lados de la ecuación, se suele decir como: b pasa dividiendo al lado contrario de la igualdad, $a = \frac{c}{b}$

1 De la fórmula $v = \frac{d}{t}$, despejar la distancia d .

Como $v = \frac{d}{t}$, entonces $d = vt$, multiplicando ambos lados de la igualdad por t .

2 De la fórmula de aceleración $a = \frac{v - v_0}{t}$, despejar la velocidad v .

Paso 2.1 Primero multiplicar ambos lados de la igualdad por t , obteniendo $at = v - v_0$.

Paso 2.2 Sumar ambos lados de la igualdad v_0 , entonces $v = at + v_0$.

3 De la fórmula de fuerza gravitacional $F = G \frac{mm'}{r^2}$, despejar la masa m .

Paso 3.1 Primero multiplicar ambos lados de la igualdad por r^2 , obteniendo

$$r^2 F = Gmm'$$

Paso 3.2 Dividir ambos lados de la igualdad por G , entonces

$$\frac{r^2 F}{G} = mm'$$

Paso 3.3 Finalmente dividir ambos lados de la igualdad por m' , así obtenemos

$$m = \frac{r^2 F}{m'G}$$

4 De la fórmula de distancia $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$, despejar la aceleración a .

Paso 4.1 Primero restar ambos lados de la igualdad por $v_0 t$, entonces

$$s - v_0 t = \frac{1}{2} at^2$$

Paso 4.2 Multiplicar ambos lados de la igualdad por 2, así

$$2(s - v_0t) = at^2$$

Paso 4.3 Finalmente dividir ambos lados de la igualdad por t^2 , para obtener

$$a = \frac{2(s - v_0t)}{t^2}$$

Paso 4.4 o distribuyendo

$$a = 2\left(\frac{s}{t^2} - \frac{v_0}{t}\right)$$

5 De la fórmula de energía cinética $e_c = \frac{1}{2}mv^2$, despejar la velocidad v .

Paso 5.1 Primero multiplicar ambos lados de la igualdad por 2, obteniendo

$$2e_c = mv^2$$

Paso 5.2 Dividir ambos lados de la igualdad por m , entonces

$$\frac{2e_c}{m} = v^2$$

Paso 5.3 Finalmente aplicando la raíz cuadrada a ambos lados obtenemos

$$v = \sqrt{\frac{2e_c}{m}}$$

6 De la fórmula de trabajo $W = (F \cos \theta)s$, despejar el ángulo θ .

Paso 6.1 Primero dividir ambos lados de la igualdad por Fs , obteniendo

$$\frac{W}{Fs} = \cos \theta$$

Paso 6.2 Aplicar ambos lados de la igualdad la función inversa del seno sen^{-1} ó arc sen , entonces

$$\theta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{W}{Fs}\right)$$

7 De la fórmula de fuerza centrípeta $F = m\omega^2 r$, despejar la velocidad angular ω .

Paso 7.1 Primero dividir ambos lados de la igualdad por mr , obteniendo

$$\frac{F}{mr} = \omega^2$$

Paso 7.2 Aplicar a ambos lados de la igualdad la raíz cuadrada, entonces

$$\omega = \sqrt{\frac{F}{mr}}$$

8 De la fórmula de fuerza recuperadora de un Movimiento Armónico Simple MAR $F = -mx \frac{4\pi^2}{T^2}$, despejar el período T .

Paso 8.1 Primero multiplicar ambos lados de la igualdad por T^2 , obteniendo

$$T^2 F = -mx 4\pi^2$$

Paso 8.2 Dividir ambos lados de la igualdad por F , entonces

$$T^2 = \frac{-mx 4\pi^2}{F}$$

Paso 8.3 Aplicar a ambos lados de la igualdad la raíz cuadrada, entonces

$$T = \sqrt{\frac{-mx 4\pi^2}{F}}$$

Paso 8.4 Simplificando

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{-mx}{F}}$$

9 De la ley de Coulomb $F = k\frac{qq'}{r^2}$, despejar la distancia r .

Paso 9.1 Primero multiplicar ambos lados de la igualdad por r^2 , obteniendo

$$r^2F = kqq'$$

Paso 9.2 Dividir ambos lados de la igualdad por F , entonces

$$r^2 = \frac{kqq'}{F}$$

Paso 9.3 Aplicar a ambos lados de la igualdad la raíz cuadrada, entonces

$$r = \sqrt{\frac{kqq'}{F}}$$

10 De la relación de resistencias en paralelo $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$, despejar la resistencia R_2 .

Paso 10.1 Primero restar ambos lados de la igualdad por $\frac{1}{R_1}$, obteniendo

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_2}$$

Paso 10.2 Realizar la resta de la izquierda

$$\frac{R_1 - R}{RR_1} = \frac{1}{R_2}$$

Paso 10.3 Pasar dividiendo a $(R_1 - R)$, pasar multiplicando a RR_1 , pasar multiplicando a R_2

$$R_2 = \frac{R_1R}{R_1 - R}$$