

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS

FACULTAD DE CIENCIAS FISICO-MATEMATICAS



PROPUESTA DIDACTICA:

**DESARROLLO DE HABILIDADES PARA LA
IDENTIFICACION Y GRAFICACION DE FUNCIONES
EN LA ASIGNATURA DE MATEMATICAS IV,
EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRIA EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
CON ESPECIALIDAD EN MATEMATICAS**

PRESENTA

JUAN JOSE CANTU HERNANDEZ

CIUDAD UNIVERSITARIA

DICIEMBRE DE 1999

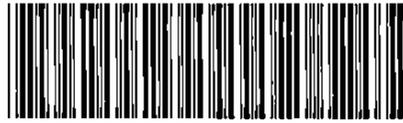
C3
1999
FEL
Z7125
TM

DIC

E 1999

MATHEMATICS

MAAE



1020129237

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS

FACULTAD DE CIENCIAS FISICO-MATEMATICAS



PROPUESTA DIDACTICA:

DESARROLLO DE HABILIDADES PARA LA
IDENTIFICACION Y GRAFICACION DE FUNCIONES
EN LA ASIGNATURA DE MATEMATICAS IV
EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRIA EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
CON ESPECIALIDAD EN MATEMATICAS

PRESENTA

JUAN JOSE CANTU HERNANDEZ



CIUDAD UNIVERSITARIA

DICIEMBRE DE 1996

TM
2 5

0133-86460

C3



FONDO
TESIS

A MI ESPOSA: SOBEIRA

Y A MIS HIJOS: JUANITO Y LIZY

AL Dr. ROBERTO NUÑEZ MALHERBE

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	2
CAPÍTULO 1 MARCO TEÓRICO.....	6
1.1 MÉTODO GENERAL DEL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE.....	6
1.1.1 PLANIFICACIÓN Y ORGANIZACIÓN DEL PROCESO.....	7
1.1.2 MOTIVACIÓN Y COMPRENSIÓN DEL CONTENIDO.....	7
1.1.3 SISTEMATIZACIÓN DEL CONTENIDO.....	10
1.1.4 LA EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE.....	12
1.2 DINÁMICA DEL SISTEMA DE HABILIDADES.....	13
1.2.1 CONCEPCIONES PSICOLÓGICAS Y DINÁMICAS.....	13
1.2.2 ESTRUCTURA DEL SISTEMA DE HABILIDADES.....	15
CAPÍTULO 2 PROPUESTA DIDÁCTICA.....	18
1.1 FUNDAMENTACIÓN.....	18
1.2 PROPUESTA METODOLÓGICA.....	19
1.3 EJEMPLIFICACIÓN DE LA PROPUESTA METODOLÓGICA.....	25
CONCLUSIONES.....	28
RECOMENDACIONES.....	29
BIBLIOGRAFÍA.....	30
ANEXOS.....	31

INTRODUCCION

En la actualidad, y desde hace ya varias décadas, el hombre enfrenta los avances de una acelerada revolución científico – técnica, caracterizada por el aumento cualitativo de la producción científica y por la disminución cada vez mayor del tiempo que media entre la aparición de un descubrimiento científico y su aplicación en la practica.

Si a esto se añaden las ideas globalizadoras que están caracterizando el fin de este siglo, y que, al parecer, se fortalecen en el próximo siglo, no queda lugar a dudas de que ante el hombre se plantean retos para los cuales, por lo cual debe estar preparado de la mejor manera.

Estas realidades imponen transformaciones radicales a la educación, como actividad humana fundamental a través de la cual son formadas las nuevas generaciones.

Desde el principio de la década de los noventa la Universidad Autónoma de Nuevo León se ha estado preparando, mediante la adopción de importantes medidas, para afrontar con éxito tales exigencias.

Considerando que la Universidad Autónoma de Nuevo León forma parte de una sociedad en desarrollo y que es con ella su compromiso moral y social, esta alta casa de estudios debe asumir el compromiso de atender las necesidades de su entorno y de formar egresados capaces de incidir efectivamente en la transformación de su medio y de cumplir con los compromisos establecidos.

A partir de 1993, la Universidad Autónoma de Nuevo León reformó sus propósitos educativos mediante la implementacion en el nivel medio superior de un sistema modular, cuya finalidad básica es generar en el joven el desarrollo de una primera síntesis personal y social que le permitael acceso, tanto a la educación superior como a la comprensión de una sociedad y de su tiempo.

Uno de los aspectos más sobresalientes de la concepción del proceso en este nivel educativo lo constituye su estructura curricular, la cual, organizada bajo un sistema modular de enseñanza, permite desarrollar el proceso de enseñanza – aprendizaje de una manera intensiva, en secciones congruentes y un número reducido de materias por módulo.

En nuestra experiencia como maestro de las asignaturas de Matemáticas en la Preparatoria N°3 de la Universidad Autónoma de Nuevo León (en los cuatro semestres) hemos podido constatar, sobretodo en el cuarto semestre (en el cual el alumno se enfrenta a los contenidos del Cálculo Diferencial y Cálculo Integral), que los alumnos apenas recuerdan cómo diferenciar o distinguir las diferentes funciones y sus graficas correspondientes.

Una constatación de esta aseveración pudo encontrarse al analizar los resultados de una prueba exploratoria (anexo I) aplicada a un total de 28 alumnos del 4° semestre del nivel medio superior de la Preparatoria N°3 de la Universidad Autónoma de Nuevo León. Como muestra el anexo II el desarrollo de la habilidad para identificar y graficar funciones (entendida tanto como para encontrar la gráfica de una función como para recuperar la función a partir de su gráfica) mostró encontrarse en un bajo nivel de desarrollo, al ser solamente capaces la mayoría de los alumnos de relacionar los tipos de funciones con sus gráficas y no de ejecutar la habilidad de graficación en situaciones más complejas (por ejemplo, combinada con otras habilidades).

Si bien hay que tener en cuenta que en un alto por ciento (aproximadamente 90%) la población estudiantil de este centro es trabajadora (por lo tanto, dispone de poco tiempo para el estudio independiente) no puede descartarse la posibilidad de que se estén produciendo fallas en el desarrollo del proceso docente–educativo, que también inciden significativamente en esta problemática; de hecho, la metodología esencialmente tradicional que en la mayor parte de los casos se aplica en las clases de Matemáticas hace pensar en las posibilidades de atacar esta situación por la vía del perfeccionamiento de este proceso.

Teniendo en cuenta todas estas consideraciones formulamos como **Problema Científico:**

¿Bajo qué estrategia didáctica es posible contribuir a superar el insuficiente desarrollo de las habilidades asociadas a la identificación y graficación de funciones en los estudiantes de la asignatura Matemáticas IV del nivel medio superior de la Universidad Autónoma de Nuevo León?

Este problema se enmarca en el **Objeto de Estudio:**

Proceso de enseñanza – aprendizaje de las Matemáticas en el nivel medio superior.

Y tiene como **Campo de Acción:**

El desarrollo de habilidades para la identificación y graficación de funciones en Matemáticas.

La presente propuesta pretende contribuir a la solución del problema científico planteando a través del cumplimiento de su **Objetivo General:**

Proporcionar una metodología que contribuya a aumentar el desarrollo de habilidades en la identificación y graficación de funciones en la asignatura de Matemáticas en los alumnos de nivel medio superior de la Universidad Autónoma de Nuevo León

Se plantea como **Hipótesis de Investigación** que:

“ Si se desarrolla una estrategia metodológica que refleje el sistema de operaciones que se estructuran en la habilidad para identificar y graficar funciones, entonces se contribuirá a mejorar el nivel de desarrollo de esta habilidad en los alumnos del nivel medio superior en la Universidad Autónoma de Nuevo León “.

La elaboración de esta propuesta implicó la realización de las siguientes **tareas de investigación:**

- Elaboración y aplicación de un instrumento exploratorio que permitiera evaluar el nivel de desarrollo de la habilidad para identificar y graficar funciones en los alumnos de cuarto semestre del nivel medio superior en la Preparatoria N° 3 de la Universidad Autónoma de Nuevo León.
- Análisis cualitativo de los resultados obtenidos.
- Revisión crítica de la literatura a nuestro alcance relacionada con el tema de investigación.
- Identificación de la estructura de operaciones fundamentales que se estructuran en la habilidad de identificar y graficar funciones.
- Elaboración de la propuesta didáctica

Los **Métodos de Investigación** empleados fueron:

- De carácter teórico como el de análisis y síntesis y el de inducción y deducción.
- De carácter empírico, como el de observación y aplicación y análisis de instrumentos de diagnóstico.

La propuesta didáctica consta de dos capítulos, conclusiones y recomendaciones, bibliografía y dos anexos.

En el capítulo 1 se exponen, en forma resumida, los presupuestos de carácter teórico sobre los que se apoya la propuesta.

En el capítulo 2 se fundamenta y se discute la misma.

CAPITULO 1

MARCO TEORICO

1.1 METODO GENERAL DEL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

La lógica del proceso de enseñanza-aprendizaje expresa el orden o secuencia de etapas que aseguran los resultados más efectivos, tanto en el sentido de la asimilación de los contenidos, como en el desarrollo de las capacidades cognoscitivas de los estudiantes, en cada caso concreto.

La lógica del proceso de enseñanza-aprendizaje responde al método y a los aspectos psicológicos de la asimilación del contenido por parte de los estudiantes, además de tener en cuenta la lógica del programa y de la ciencia.

Para lograr un proceso con tales características es necesario conocer la estructura del mismo, sus elementos o eslabones y cuales son sus funciones específicas.

Varios autores han identificado de manera diferente estos eslabones, aunque con una esencia similar. Estos son:

1. La planificación y organización del proceso.
2. La motivación y comprensión del contenido
3. La sistematización del contenido.
4. La evaluación del aprendizaje.

Analizaremos por separado cada uno de estos eslabones, aunque enfatizando su relación mutua.

1.1.1. Planificación y organización del Proceso.

El primer eslabón es la planificación y organización del proceso, comprende el trabajo del profesor de manera individual o del colectivo de profesores en la preparación previa del proceso, y es su propio desarrollo, en el que éste se reajusta y donde el estudiante ha de tener su espacio de participación, con lo que se identifica con el mismo, haciéndolo propio.

Hay que significar que si el estudiante es artífice del proceso de su aprendizaje, éste no le puede ser ajeno e impuesto, tiene que tener un espacio para que pueda desarrollar su método, tomar decisiones, buscar caminos en la medida de que se va proponiendo objetivos y propósitos cada vez más elevados, aunque sea sólo en variantes que conducen al cumplimiento de los objetivos previstos.

El trabajo previo comprende la concepción de todo el proceso, determinación de temas o unidades, tareas, sistema de trabajo y comunicación que el profesor prevé se producirá. Tal consideración lleva a que este eslabón no quede completamente en manos del profesor ni que se limite en el tiempo.

1.1.2. Motivación y comprensión del contenido.

Contiene en primer lugar el planteamiento y motivación del contenido en los estudiantes, así como la comprensión de dicho contenido.

En ese eslabón la acción del profesor es fundamental, es el que le presenta al estudiante el contenido, preferentemente como un problema que crea una necesidad de búsqueda en éste.

El contenido que tiene que ser asimilado por parte del estudiante podría ser un instrumento de educación si tiene una connotación para él, y se vincula con sus necesidades.

Para que un nuevo contenido cree necesidades, motivaciones, tiene que estar identificado con la cultura, vivencia e interés del estudiante y sólo así creará las motivaciones y valores que le permitan constituir un instrumento de adecuación. Motivar al estudiante es significar la importancia que tiene el contenido para la solución de sus problemas y establecer nexos afectivos entre el estudiante y el contenido; para ello primero hay que lograr los nexos afectivos entre el profesor y los estudiantes y transferir estos al contenido. También al presentar el nuevo contenido, el profesor ha de referirse y recurrir a la cultura del estudiante.

Un contenido impuesto, que no tenga una significación para el estudiante, se asimila reproductivamente y no llega a formar parte de sus valores y sentimientos. En tanto que para él no tiene valor, no regulará su comportamiento y, en consecuencia, dicho contenido lo forma como un reproductor, nunca lo transformará en un creador de cultura.

En consecuencia, se requiere problematizar el nuevo contenido que se le presenta al estudiante, para lograr nexos afectivos entre éste y el contenido. El problema de que hablamos no es el del profesor, es el del estudiante, de ahí que el punto de partida son sus intereses y necesidades que, además, están inmersos en sus vivencias.

Cuando se presenta a los estudiantes un nuevo contenido, éstos disponen de un sistema de referencia que se concreta en un conjunto de conocimientos, habilidades y valores del estudiante; para resolver el nuevo problema que tiene ante él, hay que remitirlos constantemente a esos niveles de conocimientos, de habilidades y valores.

La maestría del profesor radica en significar la insuficiencia del sistema de conocimientos, habilidades y valores del estudiante, para resolver el problema planteado y crearles la necesidad de

transformar la situación. Si el estudiante siente esa necesidad ya tiene el problema y está motivado, estableciendo relaciones afectivas con la solución del problema, condición necesaria y suficiente para la instrucción.

Conjuntamente requiere lograr la educación y para ello, además de precisar la habilidad y el conocimiento a asimilar (a sistematizar), ha de asociarse con el valor que tiene para el estudiante el contenido, lo que además se convierte en condición necesaria para la cognición y sirve de medio para la formación de valores y sentimientos, o sea, para su educación.

Si un nuevo contenido resulta ser educativo, a su vez posibilita la apropiación de otros nuevos contenidos. Claro está que los estudiantes llegan a la sistematización (dominio y profundización) del contenido, a la formación de valores y sentimientos en el desarrollo del proceso, a través del método, como su manifestación interna y con una eficiencia que depende del carácter activo que el mismo tenga, o sea, de su participación y significación.

En este eslabón, además de motivar, se le muestra al estudiante el modo de pensar y actuar en la teoría, esto es, el tránsito del problema a las formulaciones más generales y esenciales (núcleo de la teoría) y de estas a otras particulares y así finalmente a la aplicación de dichas formulaciones, o sea, siguiendo una vía, una lógica, que en dependencia de la ciencia, puede ser inductivo-deductiva, de análisis-síntesis, hipotético-deductiva.

La comprensión del contenido implica el reconocimiento o representación mental, por parte de los estudiantes, del método, de la habilidad a desarrollar, del conocimiento a asimilar, conjuntamente con la necesidad de incorporar ese contenido a su acervo cultural y de transformar su personalidad, aunque de esto no tenga la conciencia como tal y esté en los primeros estadios de su sistematización.

En la comprensión del contenido se desarrolla el análisis y se estructura la habilidad y el conocimiento, procurando cumplir con los siguientes aspectos:

1. Fortalecer el carácter razonable del contenido que se debe asimilar, lo que exige que los procedimientos que el profesor tenga que emplear sean de carácter esencial.
2. Los conocimientos a utilizar pueden presentarse a partir de una explicación dada por el docente, pero también puede plantearse su búsqueda lo que se lleva a cabo en la propia solución del problema, siendo ésta última alternativa siempre preferible.

La necesidad (del problema) encuentra su realización en el ejercicio, en la explicación, en el diálogo, en la conversación, como tarea específica a desarrollar conjuntamente por el docente y los estudiantes.

El estudiante, mediante su participación que es aún limitada, hace suya la necesidad, primeramente en un plano muy general, pero que continúa en los siguientes eslabones.

1.1.3. Sistematización del contenido.

En este eslabón consideramos un complejo proceso en el que el estudiante desarrolla el dominio del contenido que le fue inicialmente mostrado y que comprendió en un carácter primario. El proceso ha de ocurrir de forma tal que ese contenido se vaya enriqueciendo; dicho en otras palabras, en el proceso de enseñanza-aprendizaje el contenido, a la vez que se asimila se enriquece, lo cual significa que su caracterización no puede ser dada solamente por la asimilación como indicador de la marcha del proceso.

El considerar la asimilación como indicador tiene un enfoque puramente psicológico lo que ha sido tratado por renombrados autores como N. F. Talízina, pero no caracteriza desde el punto de vista pedagógico el proceso de enseñanza-aprendizaje de manera completa.

Desde el punto de vista pedagógico C. Álvarez introduce como indicador la profundidad, que permite caracterizar la riqueza, multilateralidad y complejidad con que se aborda el contenido.

La asimilación y profundidad se integran en un proceso que debe ser capaz de desarrollar capacidades, lo cual es posible si logra que el enriquecimiento en el objeto se produzca a medida que el estudiante se enfrenta a nuevos problemas que permitan no sólo asimilar un esquema generalizado o guía para la acción sino que los construya en la medida que se enfrenta a nuevos problemas, cada vez con más riqueza, con más complejidad.

En consecuencia, el proceso se tiene que producir siguiendo unas etapas tales como: planteamiento del problema, ejercitación, aplicación, transferencia en objetos cada vez más complejos y que ese incremento en la profundidad se lleve junto con la asimilación del contenido.

El dominio se da en el sujeto (estudiante) cuando asimila un determinado contenido que es expresión del objeto. Pero que si no tenemos en cuenta cual es el objeto, en cuánto el modelo se acerca a la realidad, nuestro dominio puede ser de nada o de algo tan elemental y simple que no nos permite actuar en la realidad. Si bien la asimilación es un proceso continuo, que se puede dirigir, no ocurre igual en el proceso de profundización y enriquecimiento en el objeto; este proceso es más a saltos y requiere de alcanzar gradualmente determinado dominio en un determinado nivel de profundidad.

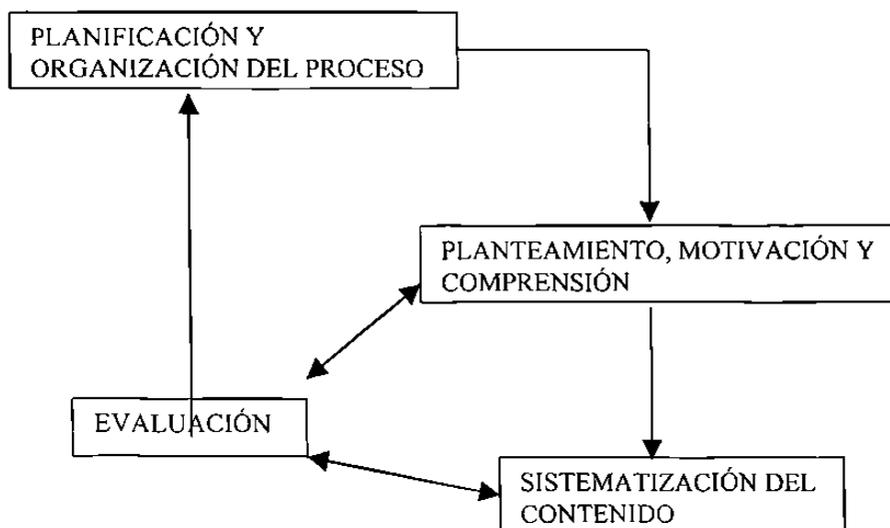
La sistematización del contenido se concibe como la resultante de la asimilación y la profundidad. Se concibe, por tanto, en dos niveles: por una parte de manera ascendente y continua integrando la asimilación y la profundidad, y la que se produce a saltos cuando se integran a los nuevos contenidos otros anteriores, formándose sistemas más amplios y esenciales.

1.1.4. La evaluación del aprendizaje.

La evaluación esta presente a todo lo largo de todo el proceso. La evaluación, si es vista como la constatación del grado de cumplimiento o acercamiento al objetivo, es estrecha y se puede identificar como un momento dentro del proceso, en tanto que como medida se da de manera estática. Pero la evaluación como proceso participativo y desarrollador de capacidades ha de ser dinámica, moviéndose con el propio proceso, y se va dando en la misma medida que el estudiante desarrolle su aprendizaje, en la comunicación que se establece en el propio proceso. La evaluación se da en todo el proceso y retroalimenta la propia concepción del mismo, la reajusta, la reorienta.

Los eslabones del proceso docente-educativo se dan en unidad, como un todo que, si bien tiene etapas en las que prevalece uno u otro, según la lógica del propio proceso, siempre hay alguna manifestación de ellos en los diferentes momentos a lo largo del proceso.

Tal interrelación se muestra en la siguiente diagrama:



1.2 DINAMICA DEL SISTEMA DE HABILIDADES

1.2.1. Concepciones psicológicas y didácticas.

La **habilidad** es el modo de interacción del sujeto con el objeto, es el contenido de las acciones que el sujeto realiza, integrada por un conjunto de operaciones, que tienen un objetivo y que se asimilan en el propio proceso.

En esta definición queda delimitado que en la habilidad están presentes el sujeto, el objeto, el objetivo, y un sistema o conjunción de operaciones.

La habilidad se identifica, en el plano psicológico, con las acciones que deben ser dominadas en el proceso de aprendizaje, las que al ser llevadas al proceso de enseñanza-aprendizaje se convierten en contenido del mismo.

Las acciones que realiza el hombre, cuando éste tiene un dominio de las mismas, constituyen una habilidad. Esta acción modelada se convierte en el contenido que debe ser asimilado por el sujeto en su proceso de aprendizaje.

La estructura de la habilidad consta de:

1. Sujeto (el que realiza la acción)
2. Objeto (el que recibe la acción del sujeto)
3. Objetivo (aspiración consciente del sujeto) - sistema de operaciones (estructura técnica de la habilidad)

4. Imagen de la habilidad (estructura mostrada en el proceso de aprendizaje)

Según C. Alvarez, "las habilidades, formando parte del contenido de una disciplina, caracterizan, en el plano didáctico, a las acciones que el estudiante realiza al interactuar con el objeto de estudio con el fin de transformarlo, de humanizarlo".

Las habilidades se pueden formar en cualquier proceso de aprendizaje espontáneamente (de manera no organizada), pero de esta manera su formación no es eficiente. Aún en el proceso escolarizado (proceso de enseñanza-aprendizaje), si éste no es adecuadamente organizado con una concepción correcta y sistémica, puede ser también muy poco eficiente.

Se requiere de la modulación de las acciones y sistematización del proceso, lo que implica una selección y estructuración de las habilidades, así como el proceso de sistematización de las mismas (asimilación y profundidad) por parte de los estudiantes.

Recreando palabras de N.F. Talízina, además del conjunto de operaciones que integran la habilidad y constituyen su estructura técnica, hay que tener en cuenta al sujeto que debe dominarla, el objetivo que se satisface mediante ella, la orientación que determina la estructura de dicha acción y el resultado que se ha de esperar de la acción (que tiene que coincidir con el objetivo).

Autores soviéticos como Galperin y Talízina hacen énfasis en la necesidad de la base orientadora de la acción como imagen generalizada, como un todo acabado que se le da al estudiante como una guía para el proceso de asimilación. Aunque consideramos importante dar una imagen de la estructura de la acción durante el proceso de aprendizaje, consideremos que ésta no debe darse desde un inicio y en forma generalizada, por el contrario, la estructura generalizada tiene que ir formándose en la misma medida en que se forma la acción, tiene que ser construida en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1.2.2. Estructura del sistema de habilidades

Siguiendo a N. F. Talízina y C. Alvarez, las habilidades se deben clasificar en tres grupos a saber:

2. Habilidades específicas, propias de las ciencias, de las profesiones o de las tecnologías que son objeto de estudio o trabajo. Estas habilidades se llevan a las disciplinas y se concretan en los métodos de trabajo que deben aparecer como contenido del programa.
3. Habilidades lógicas o intelectuales que contribuyen a la asimilación del contenido de las disciplinas y sustentan el pensamiento lógico, tanto en el aprendizaje como en la vida.
3. Habilidades de comunicación propias del proceso docente, que son imprescindibles para su desarrollo. Por ejemplo, tomar apuntes, hacer resúmenes, desarrollar informes, realizar lecturas rápidas y eficientes.

El primer nivel de habilidad en una ciencia o tecnología dada lo identificamos como la **habilidad elemental**; ésta se sustenta en conocimientos de esa ciencia, tecnología o arte y en habilidades primarias (lógicas, motrices, etc.) que actúan como operaciones dentro de esta habilidad elemental.

El vínculo entre habilidad y conocimiento no queda en la habilidad primaria y la habilidad elemental; en la medida en que se van sistematizando las habilidades también se sistematizan los conocimientos. En el propio proceso se dan ambas; por ello podemos, sobre la base de la sistematización de las habilidades, lograr la de los conocimientos.

Aquí hay que significar que la sistematización del contenido por los estudiantes está, a su vez, íntimamente ligada al desarrollo del pensamiento que se va produciendo en el proceso de enseñanza-aprendizaje; existe una estrecha vinculación entre el desarrollo intelectual y el proceso de asimilación.

1020129237

La asimilación de cada nuevo procedimiento y la formación de cada habilidad influye en el desarrollo del pensamiento del estudiante, y en general de cualquier hombre, pero, por otra parte, el desarrollo intelectual determina el nivel de asimilación de los contenidos. Por ello no es menos importante la formación y desarrollo del pensamiento de los estudiantes que la apropiación del contenido, la transmisión de conocimientos y habilidades que, además, tienen que sistematizarse y donde el proceso de asimilación es fundamental.

Debe destacarse que el desarrollo intelectual de los estudiantes se ha de lograr en el proceso de apropiación del contenido, pero que éste debe tener previsto el desarrollo de las habilidades del pensamiento, teniendo en cuenta los objetivos, los contenidos y la selección de los métodos.

Las habilidades lógicas (del pensamiento) no se corresponden de manera directa con una determinada o ciencia concreta, sino que cada disciplina puede y debe contribuir a su formación. Claro está, cada disciplina formará aquellas habilidades lógicas que se avienen a las características del objeto de estudio de la misma.

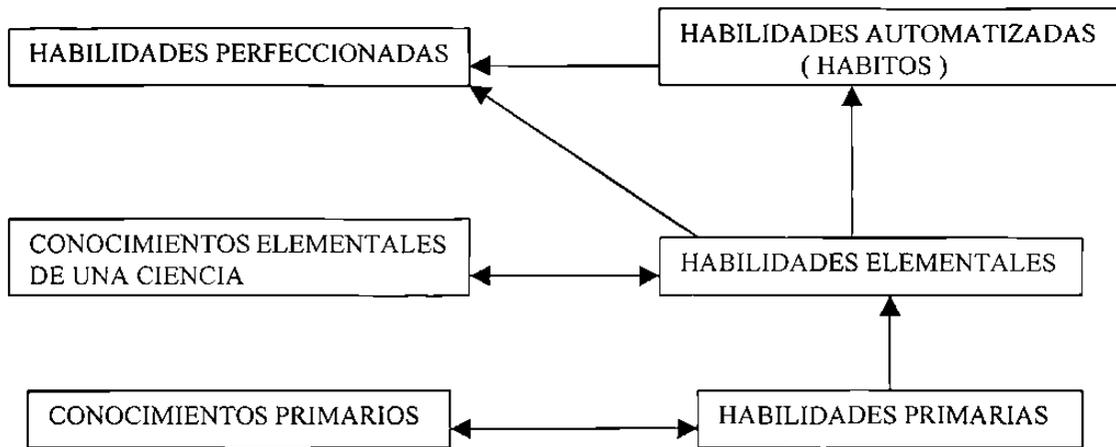
Las habilidades lógicas son múltiples, sólo las más usadas constituirían un gran listado, pero es posible a partir de la formación intencional de algunas de ellas, asegurar la formación del pensamiento lógico, pues estas habilidades no se dan de forma aislada, sino muy relacionadas entre sí durante el proceso de su apropiación y aplicación a los contenidos de las disciplinas.

Las habilidades se van perfeccionando en dos direcciones en el proceso de aprendizaje, construyendo habilidades de mayor nivel de sistematicidad. Estas direcciones son:

1. A través de un proceso consciente que permite cumplir acciones teóricas y prácticas de mayor complejidad, lo cual se produce en el enfrentamiento de mayor riqueza.
2. A partir de un proceso de ejercitación, donde se enfrentan problemas de igual grado de

complejidad, de manera que se automaticen las habilidades, siendo el sujeto cada vez menos consciente de sus acciones, formando un hábito.

En la siguiente figura se muestra el esquema de estructuración de estas dos direcciones de la formación de habilidades:



Vías para el perfeccionamiento de las habilidades

A través de la primera vía, la habilidad se desarrolla conscientemente, permitiendo el incremento de los volúmenes de conocimientos de los sujetos ante nuevos objetos; a la vez que se asimila se llega a enriquecer y profundizar, con lo que desarrolla cada vez más los métodos que le permiten llegar a la esencia del objeto, que es el camino hacia el perfeccionamiento y generalización de los contenidos. El proceso descrito es reiterativo dado que una habilidad perfeccionada, a su vez, puede automatizarse o perfeccionarse en procesos sucesivos.

CAPITULO 2

PROPUESTA DIDÁCTICA

2.1 FUNDAMENTACIÓN

Como ya se vió, la formación y desarrollo de habilidades constituye uno de los objetivos fundamentales del proceso de enseñanza-aprendizaje de cualquier disciplina, en particular de las Matemáticas.

En el plano didáctico (contenido) a la acción le corresponde la habilidad y en el metodológico al método. El método es el orden, la secuencia, el modo de desarrollar la acción, la vía para alcanzar el objetivo.

Los procedimientos son subsistemas del método, pero que dependen de las condiciones en que se desarrolla el proceso. Un mismo método puede desarrollarse por diferentes procedimientos, dependiendo de las características con éste se desarrolla.

La acción (en el plano psicológico), una vez dominada, se transforma en una habilidad en el sujeto, que tiene que ser apropiada en el aprendizaje. Tanto la acción como la habilidad se ejecutan en un orden, en una secuencia, que constituye el método. La acción, la habilidad y el método están presididos por un objetivo consciente.

La habilidad, como modo de relacionarse el sujeto con el objeto (que puede ser el objeto de estudio), es la acción constituida por una serie de operaciones que se realiza según un determinado método y con un objetivo general consciente.

En otro nivel están las operaciones y procedimientos; tanto las acciones como la habilidad se estructuran en operaciones que, como antes fue dicho, constituyen su estructura técnica. Estas, a su vez, pueden ser habilidades o acciones de orden inferior, dado el carácter relativo de éstas; así mismo ocurre con los procedimientos, en estos se introduce un nivel intermedio que se conoce como la técnica que no es más que un conjunto de procedimientos que se dan en determinadas condiciones.

Los métodos y procedimientos depende del objeto y no del sujeto. Un método tiene una dependencia del objeto sobre el cual se aplica, si bien el método tiene como característica subjetiva el ser estructurado o seleccionado por el sujeto. Una vez seleccionado, es aplicado por diferentes sujetos de igual modo; si los sujetos lo modifican, están aplicando, de hecho, otros métodos.

2.2 PROPUESTA METODOLÓGICA

En las aplicaciones de las Matemáticas es de suma importancia saber distinguir la forma de la gráfica de una función en relación con su ecuación correspondiente, y viceversa.

A continuación se identifica un sistema de operaciones básicas sobre las cuales descansa la ejecución de la habilidad para identificar la gráfica de una función en el marco de la asignatura de Matemáticas correspondiente al Modulo 7 del nivel medio superior de la Universidad Autónoma de Nuevo León.

1 Determinación de la variable independiente y variable dependiente

Al enfrentarse con una ecuación el alumno deberá, en primer lugar determinar las variables independiente y dependiente de la función que dicha ecuación eventualmente define. Es común

que la variable independiente se designe por la letra x y que la variable dependiente se designe por y .

Sin embargo, en ciertos tipos de ecuaciones (por ejemplo: $y^2 - x = 3$), el criterio de variable independiente y variable dependiente conviene o debe ser invertido (es decir, considerar la variable y como independiente y la variable x como dependiente), ya que de este modo es que dicha ecuación define una verdadera función.

2 Determinar las operaciones a que está sometida la variable independiente seleccionada

Una vez que el alumno determina la variable independiente, el siguiente paso es determinar las operaciones aritméticas básicas (suma, resta, multiplicación, división y extracción de raíces) a la que está sometida esta variable. Aquí pueden encontrarse diferentes combinaciones de operaciones, a saber:

• Expresiones donde no aparece la variable independiente

En este caso la variable dependiente solamente está igualada a un número constante (por ejemplo: $y = 3$, $y = -5$, $y = 0$), las cuales se identifican directamente como funciones constantes.

• Operaciones entre la variable independiente y constantes o de la variable independiente consigo misma

Con esta operación el alumno relaciona esta variable con valores numéricos como, por ejemplo: $y = 4x$, $y = x + 2$, $y = x^2$, $y = 2^x$. Este último caso deberá diferenciarse del anterior, de acuerdo a la posición de la variable independiente con respecto a la constante: como base o como exponente

- **Operaciones combinadas**

El estudiante aquí puede encontrarse diferentes combinaciones de operaciones de las antes mencionadas.

Funciones polinomiales

Por forma polinomial el alumno entenderá expresiones en que la variable independiente está sólo sometida a operaciones de suma, resta, multiplicación por ella misma o por constantes. La división no interviene en la formación de expresiones polinomiales cuando en ella se involucra

la variable independiente (como, por ejemplo, en la ecuación: $y = \frac{x^2 + 3x - 1}{x - 6}$).

Aquí es importante aclarar que una ecuación del tipo de: $y = \frac{3x^2 - 9x + 12}{5}$ se considera

polinomial al poderse interpretar como: $y = \frac{3}{5}x^2 - \frac{9}{5}x + \frac{12}{5}$.

Funciones racionales

La identificación de este tipo de funciones debe realizarse como cociente de funciones

polinomiales; por ejemplo: $y = \frac{x^2 + 3x - 1}{x - 6}$.

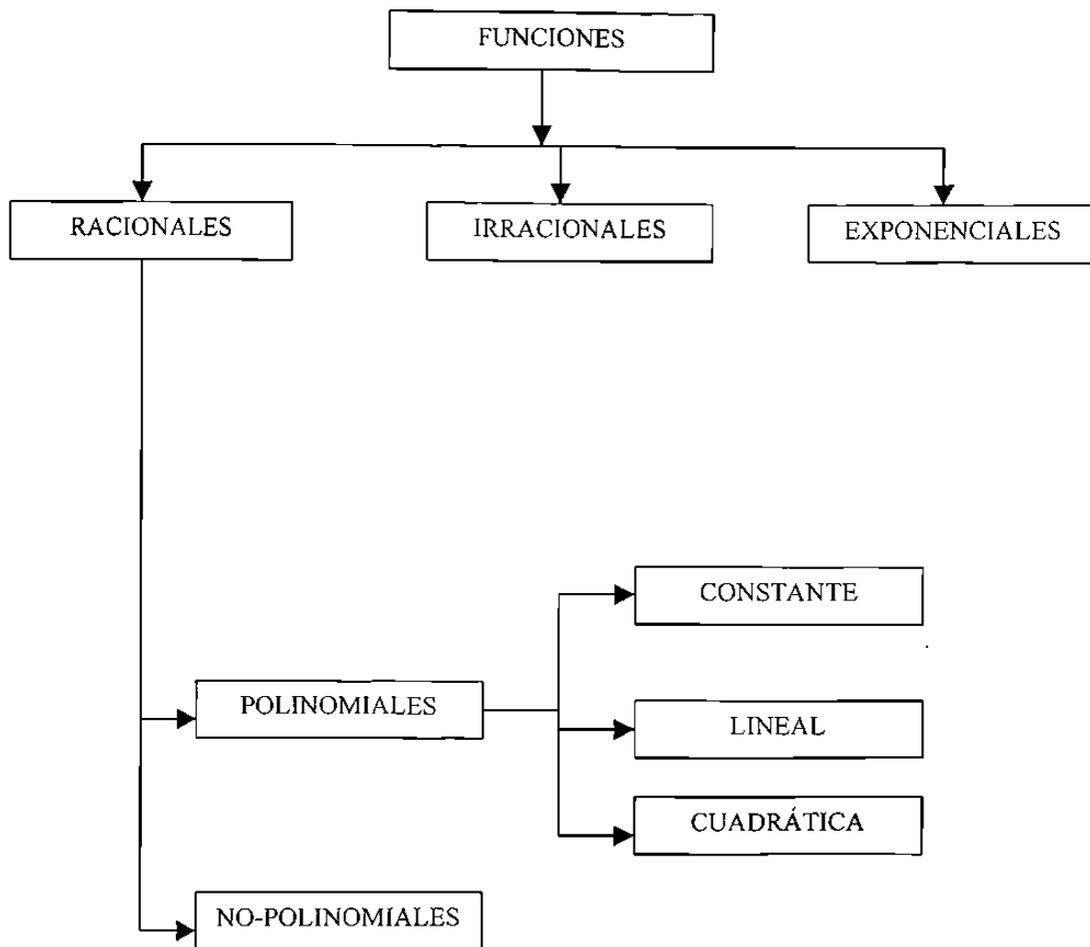
- **Expresiones donde la variable independiente está dentro de un radical**

Se refiere a las funciones donde la variable independiente está dentro de un radical. Por

ejemplo: $y = \sqrt{x^2 - 4x + 2}$, $y = \sqrt[3]{x - 5}$.

3 Ubicación de la función en un mapa conceptual

El alumno debe de disponer de una clasificación de los diferentes tipos de funciones que le facilite su ubicación y posterior identificación de su representación gráfica. Este mapa conceptual podría ser:



4 Identificación de los parámetros fundamentales de la ecuación

A través de esta operación el alumno determina cuáles son los parámetros para cada una de las funciones a graficar. Atendiendo al contenido del programa nos limitaremos sólo al caso de las funciones polinomiales de 1° y 2° grado e irracionales.

Función Constante

En la función constante el parámetro fundamental es el valor de dicha constante.

Función Lineal

Para identificar los parámetros fundamentales de la ecuación lineal, se requiere primeramente escribir la ecuación en la forma normal: $y = mx + b$. Esta forma permite identificar a **b** y **m** como dichos parámetros.

Función Cuadrática

Los parámetros fundamentales de esta ecuación cuadrática $y = ax^2 + bx + c$ son los siguientes:

1. su “vértice”, dado por la relación: $x_v = -\frac{b}{2a}$.
2. las soluciones de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$
3. el coeficiente c

Función Irracional

Este tipo de funciones se reduce al caso anterior previa la eliminación de los radicales. En este caso debe intercambiarse la denominación de las variables para el hallazgo de los parámetros fundamentales de la ecuación.

5 Identificación gráfica de dichos parámetros

El alumno, en esta operación identifica gráficamente los parámetros previamente identificados

Función Constante

Como se comentó con anterioridad, aquí el parámetro es la misma constante a la que está igualada la función, por lo que para todo valor de la variable independiente siempre será el mismo valor de la variable dependiente.

Función Lineal

A través de esta operación se identifica el parámetro **b** con el punto en que la gráfica de la función corta al eje **y** y el parámetro **m** con la inclinación que tiene la gráfica (el alumno con predeterminación debe conocer que se trata de una línea recta). A su vez, **m** indica qué elevación tiene sobre el eje **y**, y qué desplazamiento tiene sobre el eje **x**, tomando como referencia al punto **b**. El parámetro **m** permite identificar, además, el sentido de la inclinación de la línea recta: si **m** es positiva la inclinación de la línea recta es hacia la derecha y si **m** es negativa, la inclinación es hacia la izquierda.

Función Cuadrática

En el marco de esta operación aplicada a las funciones cuadráticas se identifica el parámetro **c** con el punto de intersección de la curva que representa la función con el eje **y**, el valor $x_v = -\frac{b}{2a}$, como la abscisa del punto donde la función alcanza su valor máximo o mínimo (en dependencia del signo del coeficiente **a**). En este caso, la ordenada de dicho punto se encuentra sustituyendo este valor en la ecuación que define la función.

Las soluciones de la ecuación cuadrática correspondiente representan las intersecciones de la gráfica con el eje **x**. De este modo se obtienen, en general, cuatro puntos fundamentales que permiten identificar la gráfica de la función (parábola).

Función Irracional

En este caso la operación actúa de modo análogo al anterior, previo el intercambio de las variables.

6 Gráficar la función

Una vez que el alumno encontró a través de los parámetros los puntos clave para determinar la gráfica, el último paso es la de localizarlos en el plano cartesiano y trazar su gráfica.

Con esta **secuencia metodológica** y aunado con los conocimientos previos de los tipos de funciones, consideramos que se lleve a cabo un buen desarrollo de habilidades de identificación de funciones con su gráfica correspondiente a partir de su ecuación.

2.3 EJEMPLIFICACIÓN DE LA PROPUESTA METODOLÓGICA

Para ilustrar cómo puede llevarse a cabo la secuencia metodológica planteada en la presente propuesta, se analizará el siguiente ejemplo.

Se desea identificar y graficar la función definida por: $y - 3x = 2$

Paso 1

Se identifica la variable independiente como x y la dependiente como y .

Pasos 2 y 3

El análisis de las operaciones que involucran a las variables identificadas (multiplicación por constantes y suma de constantes) permite identificar esta función como lineal.

Paso 4

Una vez escrita la ecuación en forma normal ($y = 3x + 2$) aparecen como parámetros fundamentales $m=3$, $b=2$

Paso 5

Se grafican en un sistema de ejes coordenados el punto (0,2), como intersección de la gráfica de la función con el eje y, y el punto (1,5) como interpretación en términos de elevación y

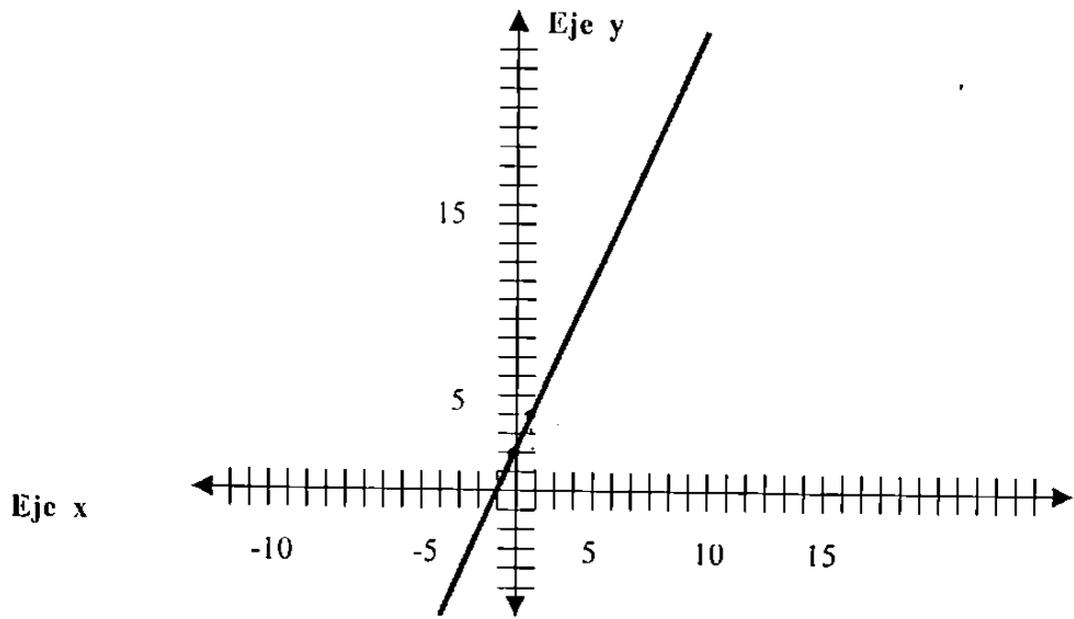
desplazamiento del valor $m=3$ $m = \frac{3}{1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\text{elevacion}}{\text{desplazamiento}}$

$$\text{elevacion} = 3$$

$$\text{desplazamiento} = 1$$

Paso 6

Se unen los puntos obtenidos y se identifica la línea recta que representa gráficamente esta función:



gráfica de la función: $y = 3x + 2$

CONCLUSIONES

Las conclusiones fundamentales que se derivan de este trabajo son:

1. Se reconoce la significación que la formación de habilidades posee dentro del proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, en particular, la de la habilidad para identificar la representación gráfica de una función a partir de la ecuación que la definen.
2. Se identifica un sistema de operaciones básicas en base a las cuales se estructura la habilidad antes mencionada
3. Se ilustra mediante un ejemplo la forma en que la ejecución de estas operaciones puede conducir al estudiante a la identificación de la gráfica de una función cuando conoce la ecuación que la define.

RECOMENDACIONES

- Aplicar esta propuesta en algunas de las dependencias de la Universidad Autónoma de Nuevo León, a modo de pilotaje, a fin de valorar los resultados obtenidos y su posible generalización.
- Dado el avance tecnológico que se está viviendo en nuestro entorno, que en el nivel medio superior de la Universidad Autónoma de Nuevo León se apliquen paquetes computacionales gráficos que apoyen el desarrollo de esta habilidad.
- Estudiar la estructura de otras habilidades de empleo sistemático dentro de la actividad matemática.

BIBLIOGRAFÍA

- **Talízina N.F. (1988)**, Psicología de la Enseñanza, Editorial Progreso, Moscú.
- **Donatién Fuentes J. (1995)**, Perfeccionamiento de la formación de habilidades, Tesis de Maestría en Ciencias de la Educación.
- **Alvarez V. (1998)**, Notas del curso de Perspectivas de las Matemáticas, Maestría en Enseñanza de las Ciencias con especialidad en Matemáticas, U.A.N.L.
- **Farfán Márquez, R.M.(1997)**, Ingeniería Didáctica, Editorial Iberoamérica.
- **Vázquez C. R. (1995)**, Notas del curso de la Metodología de la Investigación, Tesis de Maestría en Ciencias de la Educación, Camagüey, Cuba.
- **Santos Trigo, L. M. (1997)**, Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las Matemáticas, Editorial Iberoamérica.

ANEXOS

ANEXO I
EXAMEN I.

NOMBRE: _____ MAT: _____

DE LAS SIGUIENTES FUNCIONES, DETERMINE QUÉ CLASE ES:

a) $y = 5x - 3$ _____

b) $y = 6x^2 - 2x - 1$ _____

c) $y = \sqrt{x+2}$ _____

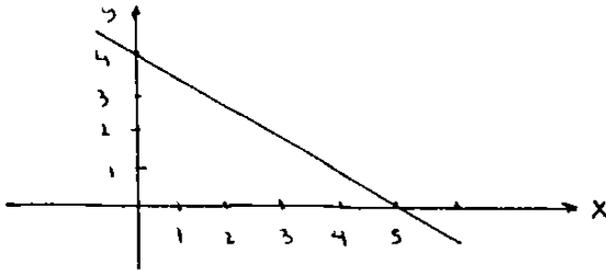
d) $y = \frac{3x-2}{x+1}$ _____

e) $y = 5^x$ _____

SIN RESOLVER EL SISTEMA, IDENTIFIQUE EL SIGNO DE LA SOLUCIÓN.

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 6 \\ x + 4y &= 4 \end{aligned}$$

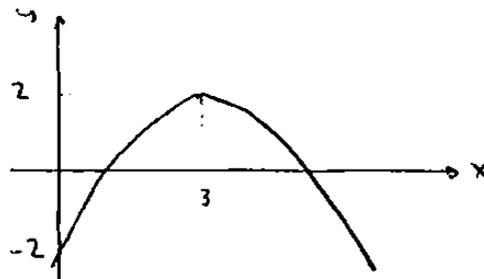
DE LA GRAFICA SIGUIENTE, DETERMINE SU ECUACION:



SIN RESOLVER, DETERMINE SI TIENE SOLUCIONES REALES O NO.

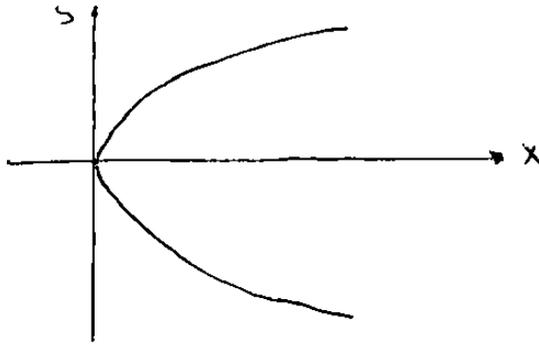
$$y = x^2 - x + 10$$

DE LA GRAFICA, DETERMINE SU ECUACION.



SI LA DISCONTINUIDAD EN UNA FUNCION RACIONAL ESTA EN $x=3$, GRAFIQUELA.

7.- DE LA SIGUIENTE GRAFICA DETERMINE SU ECUACION:



8. GRAFIQUE:

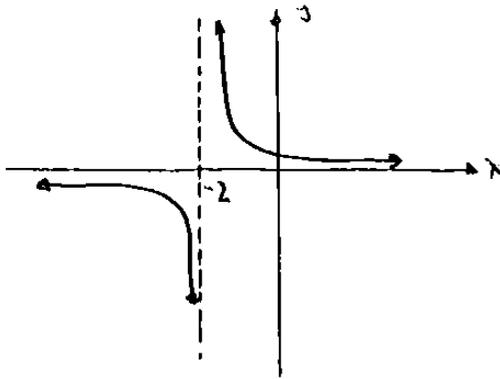
a) $y = \sqrt{25 - x^2}$

b) $y = \frac{x+1}{x^2-1}$

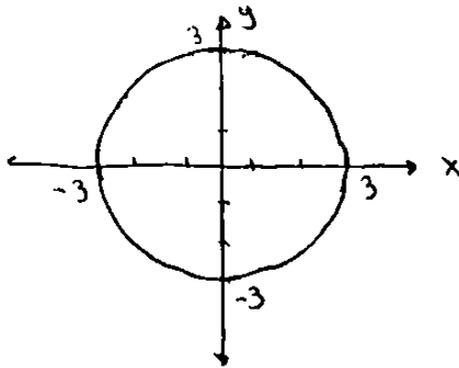
c) $y = x^3$

d) $y = 2^x$

9.- LA ECUACION DE LA SIGUIENTE GRAFICA ES:

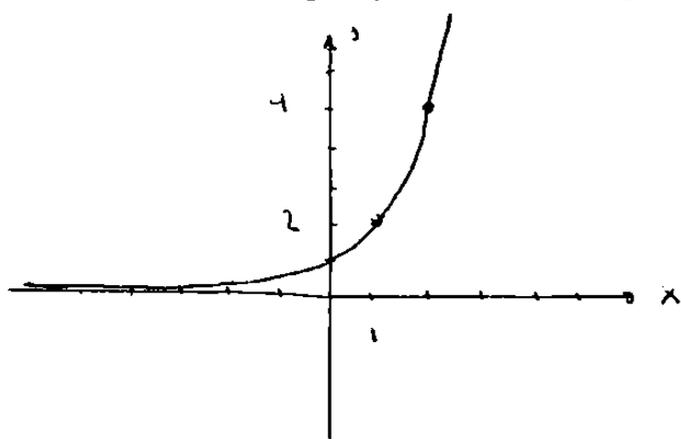


10. DE LA GRAFICA DEL SIGUIENTE CIRCULO, DETERMINE SU ECUACION

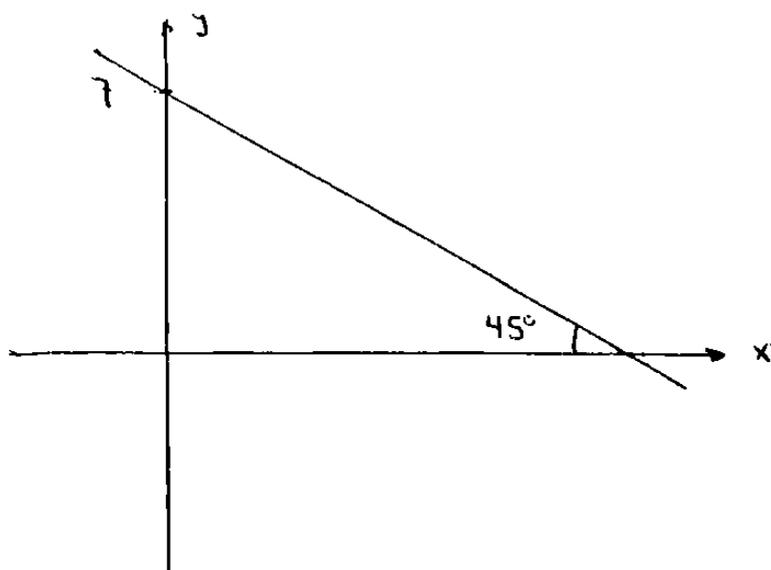


11.- SI LA GRAFICA ES UNA PARABOLA AL ORIGEN HACIA ARRIBA, Y TIENE UNA DISCONTINUIDAD REMOVIBLE EN (2,4), DETERMINE SU ECUACION RACIONAL.

12. DETERMINE LA ECUACION DE:



13. ENCONTRAR LA ECUACION DE:



ANEXO 2

VALORACIÓN DEL NIVEL DE GENERALIDAD DE LA HABILIDAD PARA IDENTIFICAR Y GRAFICAR FUNCIONES EN LOS ALUMNOS EXAMINADOS

		P R E G U N T A																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	1	3	3	2	3	3	2	2	3	3	3	3	1	2	3	2	3	3	1	2	3
	2	3	3	2	3	2	1	2	2	3	1	3	1	2	3	2	3	3	2	3	1
	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	2	2	3	3
	4	3	3	2	3	3	2	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	1	3	3	3
	5	3	3	1	2	3	2	1	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	1	3	2
	6	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3
	7	3	3	1	2	1	1	1	1	3	1	3	2	3	3	3	3	1	2	1	2
L	8	3	3	1	1	2	2	2	2	3	1	3	1	3	3	3	3	2	1	2	1
	9	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3
	10	3	3	1	2	1	1	3	3	2	1	2	1	2	3	2	1	2	2	1	2
U	11	3	3	2	3	3	3	3	3	3	1	3	3	2	3	3	2	3	3	3	2
	12	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3	3	1	2	3	3	3	3	3	3	2
	13	3	3	1	2	1	1	2	3	3	3	2	2	2	1	3	3	3	1	2	3
	14	3	3	1	2	1	2	1	3	3	3	1	1	2	3	2	3	1	1	2	3
M	15	3	3	3	2	3	3	3	3	2	2	2	2	2	3	3	2	3	1	3	3
	16	3	3	1	3	3	3	3	3	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	17	3	3	3	1	3	1	3	1	2	1	1	1	2	3	1	2	1	1	2	3
	18	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3
N	19	3	3	3	2	3	2	3	2	3	3	3	1	1	3	3	3	3	2	3	3
	20	3	3	1	3	2	1	1	3	3	1	3	2	1	3	3	1	3	2	1	2
	21	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	1	3	2	3	3	3
	22	3	3	1	2	1	1	3	3	3	2	3	2	1	1	2	1	2	1	1	3
O	23	2	1	2	2	1	1	3	3	3	1	1	1	1	3	3	1	2	1	2	3
	24	3	3	2	1	3	3	3	3	3	3	2	1	3	3	3	1	2	1	3	3
	25	3	3	2	1	2	1	3	1	3	3	2	2	2	2	3	3	1	1	2	3
	26	3	3	3	2	3	3	1	3	3	3	3	3	2	3	3	3	1	3	3	2
	27	3	3	2	1	1	2	2	3	3	1	3	2	3	3	3	3	1	2	1	1
	28	3	3	2	2	3	2	3	3	3	3	2	1	1	3	2	3	3	2	1	3

1 BAJO
2 MEDIANO
3 MUY BUENO

RESUMEN

NÚMERO DE ALUMNOS POR PREGUNTAS Y NIVEL

		P R E G U N T A																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
NIVEL	1	0	1	9	5	7	9	6	3	1	10	3	12	5	2	2	5	7	11	6	3
	2	1	0	9	12	5	9	5	3	3	3	7	8	12	1	6	3	8	9	8	7
	3	27	27	10	11	16	10	17	22	24	15	18	8	11	25	20	20	13	8	14	18

